JMSJ 論文賞受賞者のことば

JMSJ とは，日本数学会の出版する学術雑誌 Journal of the Mathematical Society of Japan の略称です．JMSJ 論文賞（The JMSJ Outstanding Paper Prize）は，授賞年前年の JMSJ に掲載された論文のうち特に優れたもの（3 篇以内）の著者に贈られる賞です．2025 年 JMSJ 論文賞は以下の 2 篇に贈られました．（所属は授賞時のものを掲載しています.）

著者：江崎 翔太 氏（Syota Esaki，大分大理工），種村 秀紀 氏（Hideki Tanemura，慶大理工）

論文題目：Stochastic differential equations for infinite particle systems of jump type with long range interactions, JMSJ, 76 (2024), 283–336.

受賞者のことば：

この度の JMSJ 論文賞の受賞はまことに名誉なことであり，心から感謝しております.

本論文の主題は「長距離相互作用飛躍型無限粒子系に付随する無限次元確率微分方程式（ISDE)」です．ここで本論文における「長距離相互作用」とは，粒子間の影響が互いの距離に対してゆっくりと減衰ということで, 多項式減衰等を念頭においています．ランダム行列理論では, ポテンシャルが対数関数で表されている場合が扱われていますが, この場合も含む形となります．先行研究としては，長田博文氏による長距離相互作用拡散過程系に対する ISDE 表示の研究や，長田氏，種村秀紀氏による，それらを含む一般の ISDE の解の存在性，道ごとの一意性に対する研究を挙げることができます．本論文では, これらの「飛躍型粒子系」への拡張が主結果となります. 長田氏–種村氏の論文でのキーワードは,「両立性」と「末尾事象の自明性」ですが, これらの考え方は, 飛躍型粒子系に対しても適用することができます．一方飛躍型の例として挙げられる α-安定過程系, $\alpha \in (0, 2)$, などは, 各粒子が道の連続性を持たないことに加えて, α 次積率を持たないことが分かっています．このように各粒子が非常に大きな飛躍をもつため特有の困難が生じますが，新たな手法による解析により解決し, さらに α により結果がどのように影響を受けるかを調べました.

今後は本論文で得られた ISDE の解をもとに，着目した 1 つの粒子，または，粒子系全体がみたす非自明な性質の解析を進めてみたいと考えています.

著者：David Burns 氏（King's College London），栗原 将人 氏（Masato Kurihara，慶大理工），佐野 昂迪 氏 (Takamichi Sano，阪公大理)

論文題目：On derivatives of Kato's Euler system for elliptic curves, JMSJ, 76 (2024), 855–919.

受賞者のことば：

このたびは, このような賞をいただき, 大変感謝しております. Burns 教授, 佐野教授と私の共同研究では, 今まで 5 編の論文が出版されており, 今回, 賞をいただいた論文はその 4 作目にあたります. これらの研究は, 概括すれば, ゼータ関数の整数点での値とそれに対応する数論的対象物に関する研究です.

1 作目の On zeta elements for $\mathbb{G}_m$ (Doc. Math. **21** (2016))
では, Rubin–Stark 元の数論的性質を明確にする予想 (代数体の有限次 abel 拡大に対する岩澤主予想の一般化・精密化とみなせる) を与え, また Rubin–Stark 元の間の関係 (Mazur–Rubin–Sano 予想) を明確にし, 特に Darmon の円単数に関する予想の完全な証明などを与え,

2 作目の On Iwasawa theory, zeta elements for $\mathbb{G}_m$, and the equivariant Tamagawa number conjecture (Algebra Number Theory **11** (2017))
では, Rubin–Stark 元を用いて, 岩澤主予想を任意の代数体上に一般化し,

3 作目の On Stark elements of arbitrary weight and their p-adic families (Adv. Stud. Pure Math. **86** (2020))
では, 一般の整数点に対して一般 Stark 元を定義し (通常の Rubin–Stark 元はゼータ関数の $s = 0$ での値に対応している), Kummer の合同式を一般化する理論を展開しました.

このように最初の 3 編の論文の対象は, Rubin–Stark 元を中心にして, 単数群やイデアル類群, Stark 予想 (Rubin–Stark 予想) の方面だったのですが, 4 作目の本論文が扱うのは, 楕円曲線の数論, その Euler 系です. 加藤和也先生が構成した Euler 系に Darmon 微分を適用し, Euler 系の "leading term" についての予想を定式化しました. この予想は楕円曲線の L 関数の位数が 1 のときは, Perrin–Riou による予想と一致するので, 一般 Perrin–Riou 予想と呼ぶことにしました. また, p 進 height pairing に関する Rubin の公式を, 位数が 1 の場合から, 一般の場合に拡張しました.

この一般 Perrin–Riou 予想は, p 進 Birch Swinnerton–Dyer 予想の精密化とみなすことができます. 実際,

5 作目の On derivatives of Kato's Euler system and the Mazur–Tate conjecture, (Int. Math. Res. Notices 2025(4) (2025))
では, 一般 Perrin–Riou 予想から modular 元に関する有名な Mazur–Tate の予想を導きました. これによって, L 関数の位数が 1 の場合に (ある種の条件の下)Mazur–Tate

予想を解決することができました (これは位数が正のときに確かめられた初めての結果です). Mazur–Tate 予想は, p 進 Birch Swinnerton–Dyer 予想の精密化であり, われわれの予想はそのさらなる精密化ですので, p 進 Birch Swinnerton–Dyer 予想の精密化となっているわけです. また同変玉河数予想と Mazur–Tate 予想との関係も明らかになりました.

本論文は, この 5 作目の論文の基礎を構築するという側面も持っており, そういう論文に賞をいただけたことに, あらためて感謝申し上げたいと思います (文責：栗原将人).