

# 第71回 代数学シンポジウム アブストラクト集

9月8日(火)

**Name:** 内田 幸寛 (東京都立大学)

**Title:** 有理的デザイン, 組合せデザインと Diophantus 方程式

**Abstract:** 組合せ論においてデザインとは, ある集合全体をよく近似する部分集合のことであり, 実験計画法や数値積分公式などにも応用される, 重要な研究対象である. 本講演では, 組合せ論の対象であるデザインと, 数論の対象である Diophantus 方程式の関係について, 講演者たちの研究を中心に紹介する.

本講演の前半では有理的デザイン, 特に有理的区間デザインと Diophantus 方程式の関係について述べる. 区間上の重み関数に関する多項式の積分値を, 有限個の点(ノード)における多項式の値の相加平均で表す公式(Chebyshev 型矩形求積公式)を考える. このノードの集合を区間デザインといい, ノードがすべて有理数であるとき有理的区間デザインという. 本講演では, 特定の条件のもとで有理的区間デザインの明示的構成法を解説する. この明示的構成法はある代数曲線の有理パラメータ表示に基づいており, どのような条件でこの構成が可能かについても議論する.

本講演の後半では, Prouhet–Tarry–Escott 問題(PTE 問題)と呼ばれる Diophantus 方程式と, 組合せデザインとの関係について述べる. PTE 問題は, 共通部分を持たない整数の多重集合の組で, ある次数以下の冪和が一致するものを求める古典的な問題であり, Alpers–Tijdeman (2007)によって, PTE 問題の多次元化が導入されている. 本講演では, 多次元 PTE 問題と, 直交配列やブロックデザインのような組合せデザインとの関係について解説する.

本講演は, 三島輝之氏, 盧暁南氏, 澤正憲氏との共同研究および稲垣宗矩氏, 松村英樹氏, 澤正憲氏との共同研究に基づく.

**Name:** 藤田 直樹 (熊本大学)

**Title:** Marked chain-order 多面体とトーリック退化

**Abstract:** Marked chain-order 多面体は marked 半順序集合を用いて定義される凸多面体であり, marked order 多面体と marked chain 多面体の両方を特別な場合として含んでいる. この講演では A 型 Gelfand–Tsetlin 半順序集合から定まる marked chain-order 多面体に着目し, それを A 型旗多様体の Newton–Okounkov 凸体として実現する. また, 複素特殊線形群の有限次元既約表現の essential 基底が marked chain-order 多面体の格子点集合によって自然にパラメトライズされることを紹介する. 加えて, marked chain-order 多面体とそれらの間の transfer 写像が, polyptych 格子というトーリック退化(トーリック多様体への退化)の族を構成するための枠組みに上手く適合することを紹介し, Gelfand–Tsetlin 半順序集合の場合に, marked chain-order 多面体(に対応するトーリック多様体)たちへ退化する射影多様体の構成について説明する. 本講演の内容の一部は東谷章弘氏との共同研究に基づく.

**Name:** 坂本 龍太郎 (筑波大学)

**Title:** Euler 系の加群の構造について

**Abstract:** Bloch–Kato 予想や岩澤主予想に代表されるように,  $L$  関数と Selmer 群の関係を理解することは現代数論における中心的課題の一つである. 講演タイトルにある Euler 系は, Galois 表現に対して定まる概念であり, Selmer 群と  $L$  関数を結びつける最も強力な道具の一つである. 近年, Skinner らを中心に様々な Galois 表現に対して Euler 系が具体的に構成されているが, 本

講演では、Euler 系全体がなす加群について焦点をあて、その構造に関して得られた結果について紹介する。また時間が許せば、その応用についても述べる。本研究は慶應義塾大学の栗原将人氏との共同研究である。

**Name:** 山田 裕史 (立教大学)

**Title:** KdV 方程式の組合せ論

**Abstract:** オランダの物理学者 D.J.Korteweg (1848-1941) と彼の弟子 G.de Vries (1866-1934) が定式化した浅瀬の波の方程式、いわゆる KdV 方程式は古典可積分系の代表選手である。ソリトン解と呼ばれる粒子性を持つ特徴的な解を持つことが知られている。Peter Lax (1926-2025) により逆散乱法が定式化され、高次の時間発展を含む KdV hierarchy が導入されたのは 1968 年のことである。この方程式（さらに一般の KP hierarchy）について、1980 年代後半になって佐藤幹夫 (1928-2023) により壮大な一般論が展開された。いわゆる普遍グラスマン多様体の理論である。佐藤幹夫、佐藤泰子はグラスマン多様体に行き着く前に広田型双線型方程式について色々な数値実験を試みている。数理研講究録 388 (1980), 414(1981) には一見、非線型微分方程式から導出されたものとは思えない数表が載っている。この数表に魅了されて 40 余年、ようやく意味が分かりかけてきたところである。どうやら対称群の既約指標が関係していそう。講演は残念ながら「こういうことが証明されました」という話にはならず、「こうだったら嬉しいな」といった希望ないし予想を述べさせていただこうと考えている。代数学シンポジウムの講演として相応しいかどうかいささか自信がないが聴衆の皆様の寛容を賜りたい。

**Name:** 佐久川 憲児 (信州大学)

**Title:** 代数曲線の副  $p$  基本群に由来するガロワ表現の  $p$  進族について

**Abstract:** 1986 年の論文において、伊原は階数が 1 である  $\mathbf{Z}_p[[X, Y]]$ -自由加群上のガロワ表現を構成し、その表現からヤコビ和を補間する  $\text{Gal}(\overline{\mathbf{Q}}/\mathbf{Q})$  の 1 コサイクルを構成した。更に久保田・レオポルトの  $p$  進  $L$  関数の特殊値との関係を明らかにした。このガロワ表現は次数  $p^n$  のフェルマー曲線  $X_n$  の  $\mathbf{Z}_p$  係数ホモロジー群  $H_1(X_n)$  の極限として構成できる。

本講演では、同様に代数曲線の族  $X_n$  があたえられたとき、それらの副  $p$  基本群  $\pi_1^{(p)}(X_n)$  から大きな環上のガロワ表現を構成する方法について、講演者が得た結果を述べる。更に  $X_n$  がモジュラー曲線の族の場合、得られたガロワ表現と  $p$  進  $L$  関数の特殊値との関係についても述べる。

9月9日(水)

Name: 高村 茂 (京都大学)

Title: 群論から高次群論へ 群論版ベズーの定理を起点として

**Abstract:** ずっと昔のことだが、大学生のときに代数幾何と群論の教科書を眺めていると、似た公式があることに気づいた：射影平面  $\mathbb{CP}^2$  中の2つの代数曲線の交点に関するベズーの定理の“特別な場合”（すべての交点の交差重複度が等しい場合）と両側コセットの位数公式（を書き換えたもの）。下表参照。これらはまったく無関係な分野の公式だが、なぜ似ているのだろうか？また、“一般の”ベズーの定理に対応するような群論の「未知の公式」はあるのだろうか？もしそのような公式があるのならば、群論の背後に「未知の幾何学」が隠れているのではないだろうか？—このような幾何学があれば、（可換環論と代数幾何が手をたずさえて発展してきたように）群論に新たな「視座」を提供して新たな発展を促すであろう。これらの疑問を出発点として“高次”群論を構築してきた（注：“高次群”論ではない）。高次群論は代数幾何的側面だけではなく、モース理論的側面も持っており、一種の「非可換幾何」とも言うべき様相を呈している。

| 代数幾何                                                                                                   | 群論                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ベズーの定理の特別な場合 $\mathbb{CP}^2$ 中の代数曲線 $X$ と $Y$ の全交点と同じ交差重複度 $n$ をもつとき、<br>$\deg X \deg Y = n X \cap Y $ | 両側コセット $HeK (= HK)$ の位数公式<br>群の有限部分群 $H$ と $K$ に対し、<br>$ H  K  = n H \cap K  \quad (n :=  HK )$<br>一般の両側コセット $HaK$ の位数公式<br>$ H  K  = m H \cap K^a $<br>( $m :=  HaK , K^a := aKa^{-1}$ ) |
| ベズーの定理 $\deg X \deg Y = \sum_{j=1}^k n_j  X \cap Y _j$<br>ここで、 $ X \cap Y _j$ は交差重複度が $n_j$ の交点の個数     | ?                                                                                                                                                                                         |

[Ta1] “On higher group theory and its geometry” (本文は日本語), (2024)

<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kawazumi/progress/takamura.pdf>

[Ta2] “高次群論と代数曲線”, (2025)

<https://jxiv.jst.go.jp/index.php/jxiv/preprint/view/1740/4446>

[Ta3] “群論から高次群論へ”, (2026)

<https://jxiv.jst.go.jp/index.php/jxiv/preprint/view/4942/10843>

[Ta4] “Bézout type theorem for higher order objects of groups”, (2024)

in press, Osaka J. Math.

<http://www4.math.sci.osaka-u.ac.jp/ojm/OJMpdf/OJM%EF%BB%BF6153.pdf>

Name: 鈴木 正俊 (東京科学大学)

Title: Weil の明示公式に付随する二次形式について

**Abstract:** Weil の明示公式とは、Riemann ゼータ関数を用いた素数定理の証明の要となる古典的な明示公式を、テスト関数を含む等式へ一般化したものである。いわゆる Weil の正値性判定条件は、この明示公式に付随する二次形式（以下、Weil 二次形式）が正定値であることと Riemann 予想が同値であることを主張する。Riemann 予想との関係という重要性にもかかわらず、Weil 二次形式は Yoshida (1992), Bombieri (2000, 2003), Connes–Consani (2023), Connes–Consani–Moscovici (2025) などの少数の例を除いて、あまり研究されてこなかった。その背景には、Weil 二次形式の超関数的性質に起因する扱いにくさがあると思われる。それでも、これらの研究は Weil 二次形式に関する理解を着実に深めてきた。

本講演では、まずこれらの研究を概説する。さらに、screw 関数（条件付き正定値関数）の理論を用いることにより、従来の成果を統一的に理解するための枠組みが得られること、およびその枠組みから導かれる講演者の最近の結果について紹介する。Screw 関数を用いる利点は、超関数的手法に頼ることなく、通常関数の理論の枠組みで Weil 二次形式を扱える点にある。

**Name:** ツァン シンイー (お茶の水女子大学)

**Title:** An introduction to skew braces and their differences from groups

**Abstract:** Skew brace は、Yang-Baxter 方程式の集合論的解の研究において導入された、環や群に類似する代数的構造です。本講演では、skew brace の定義から始めて、left ideal や ideal などの基本概念を紹介します。Skew brace は群と多くの共通点を持つ一方で、群論の定理を skew brace へ拡張する際にはさまざまな難しさが生じます。本講演では、降中心列や Dedekind 性を題材として、群と skew brace の構造上の違いを概説し、関連する研究課題を提示します。

**Name:** 相原琢磨 (東京学芸大学)

**Title:** 多元環の準傾変異理論

**Abstract:** 多元環の表現論における大きな問題の 1 つに、「多元環の導来同値による分類問題」がある。導来同値な多元環はコホモロジカルな情報がすべて一致するため、導来同値による分類はコホモロジカルな情報による分類である。このような分類問題に着手するときには、与えられた多元環から出発し、より多くの導来同値な多元環を構成することが重要なステップになる。そこで注目すべきは、多元環の導来同値をコントロールしている準傾複体である。すなわち、導来同値な多元環はすべて、準傾複体の自己準同型環によって実現される。したがって、与えられた多元環上の準傾複体をすべて得ることができれば、導来同値による分類問題は解決されたことになる。本講演では、1 つの準傾複体から無数に多くの準傾複体を構成するための方法である「準傾変異」を紹介し、準傾複体をすべて得る方法について解説する。

**Name:** 吉永 正彦 (大阪大学)

**Title:** 超平面配置の Varchenko-Gelfand 環

**Abstract:** 超平面配置に対して様々な代数的構造が定義されるが、その中でも特によく研究されているものとして、Orlik-Solomon 代数があげられる。Orlik-Solomon 代数は各超平面に対応する生成元とする外積代数を、超平面たちの従属関係から定まる関係式 (Arnold 関係式) が生成するイデアルで割ったものである。Orlik-Solomon 代数は、超平面配置に属する超平面たちの共通部分として得られる部分空間たちのなす半順序集合 (交差半順序集合) をつかって記述される。また、複素超平面配置に対しては、補集合のコホモロジー環が Orlik-Solomon 代数と同型である。

実超平面配置に対しては、補集合の連結成分 (chamber) の総数が、複素化した補集合の Betti 数の総和と等しいことが Zaslavsky により示されている。これは Orlik-Solomon 代数の総次元とも等しいので、部屋の集合と、Orlik-Solomon 代数の直接的な関係が自然に期待される。1987 年に Varchenko と Gelfand は、部屋の集合の関数環 (VG 環) に、Heaviside 関数を使った表示の次数により自然な filtration を導入し、付随して得られる次数付き代数の Hilbert 級数が、Orlik-Solomon 代数の Hilbert 級数と等しいことを示し、さらに、係数体が標数 2 の場合は、次数付き VG 環と Orlik-Solomon 代数が代数として同型であることを示した。Varchenko と Gelfand は (Filtered/graded) VG 環を「可換版 Orlik-Solomon 代数」として位置付けて導入したが、Heaviside 関数やそれらの間の関係式は、有向マトロイドの構造と密接にかかわっている。その後の研究で、

有向マトロイドは、複素化した超平面配置の位相的情報を完全に保持していることがわかっている (Salvetti, Ziegler, Bjorner).

本講演では、VG 環の基本性質、結び目不変量の Vassiliev filtration と VG filtration の類似性、Ehrhart 理論における Brion の定理の VG 環版、ある種の genericity の仮定の下で、VG 環の代数的構造が有向マトロイドと同等な情報を持っているという最近の研究（八木雪野氏との共同研究）を紹介する。

9月10日(木)

Name: 木田雅成

Title:  $L$  関数を共有する代数体について

**Abstract:** 2つの代数体が同じ Dedekind ゼータ関数を共有するとき、それらは数論的同値であると言われる。数論的同値である体は  $\mathbb{Q}$  上のガロア閉包が一致することが知られており、その同値性はガロア群の置換表現に関する純群論的な条件 (Gassmann 条件) によって判定できる。

本講演ではこの枠組みをさらに一般化し、Artin  $L$  関数を共有する代数体について考察する。具体的には、ガロア群  $G$  の2つの異なる部分群  $H_1, H_2$  の表現 (指標) の  $G$  への誘導表現が同値となると、1つの Artin  $L$  関数を共有する代数体の組が得られる (Multiply induced character)。つまり、 $L$  関数の一致という数論的現象の背後には、有限群の誘導表現に関する興味深い問題が潜んでいる。

講演では、このような表現論的現象を生み出すガロア群  $G$  の構造に関する群論的な研究を紹介する。さらに  $G$  が CM 体のガロア群であるとき、上記の  $L$  関数の等式から得られる相対類数の Brauer 関係式についても述べる。

Name: 岡田 聡一 (名古屋大学)

Title: Equinumerosity between standard tableaux and vacillating tableaux

**Abstract:** Tableaux are ubiquitous combinatorial objects, which are particularly useful for concrete descriptions in representation theory. A standard tableau is usually defined as a filling of the boxes of the Young diagram of a partition, and can be identified with a saturated chain of Young's lattice of partitions. A vacillating tableau, by contrast, is a sequence of partitions. In this talk, we present several equinumerous results between standard tableaux and vacillating tableaux, and explain how these results are derived from symmetric function identities called "bounded Littlewood-type identities". We also discuss connections with the representation theory of classical groups.

This talk is based on joint work with JiSun Huh, Jang Soo Kim, and Christian Krattenthaler.

Name: 東谷 章弘 (大阪大学)

Title: 次数付き環の Hilbert 級数と環論的性質

**Abstract:** 標準的次数付き環の Hilbert 級数は、その分子に現れる  $h$  多項式を通して、環のさまざまな代数的性質を反映する。本講演では、Hilbert 級数と Cohen–Macaulay 性、Gorenstein 性などの環論的性質との関係を概観し、Macaulay の判定法をはじめとする  $h$  多項式に関する基本的な結果を解説する。また、標準的次数付き環の  $h$  多項式を研究するうえで重要な役割を果たす Stanley–Reisner 環を取り上げ、可換環論と組合せ論との関係について述べる。最後に、 $h$  多項式が円分多項式の積となる次数付き環をめぐる、上山健太氏および柳田拓海氏との最近の共同研究の成果を紹介する。

Name: 高木 寛通 (学習院大学)

Title: Constructions and characterizations of prime  $\mathbb{Q}$ -Fano 3-folds via key varieties

**Abstract:** 高々終着特異点 (terminal singularities) のみ持ち、反標準因子が豊富な 3 次元射影多様体のことを  $\mathbb{Q}$ -Fano 3-fold と呼ぶ。その中で、 $\mathbb{Q}$ -Cartier な Weil 因子の数値同値類のなす群が反

標準因子の類によって生成されているものを prime  $\mathbb{Q}$ -Fano 3-fold と呼ぶ。非特異な prime Fano 3-fold の分類は完成しており、それには、Sarkisov link を用いる双有理的方法と、key variety を用いる双正則的方法という二つの代表的なアプローチがある。本講演では、これらを概観した後、特異点を持つ prime  $\mathbb{Q}$ -Fano 3-fold への拡張について説明する。

**Name:** 齋藤 峻也 (東京大学)

**Title:** 様々なアーベル圏における部分圏の分類

**Abstract:** 環上の加群圏や代数多様体上の連接層の圏など、代数学には様々なアーベル圏が現れる。アーベル圏の部分圏に、核、余核、拡大などの操作に関する閉性条件を課すことで、Serre 部分圏、ワイド部分圏、トーション類、トーションフリー類といった多様なクラスの部分圏が定義される。こうした部分圏は、もとのアーベル圏の構造を異なる側面から捉えるものであり、その分類には、環や代数多様体に付随する組合せ論や幾何学がしばしば現れる。

本講演では、まず有限次元代数および可換ネーター環上の加群圏における具体例を見ながら、部分圏の分類に関する先行研究を振り返る。その後、講演者の結果として、核と拡大で閉じた部分圏の分類と、可換環上の加群圏で知られる分類理論の対称モノイダル・アーベル圏への拡張を紹介する。

9月11日(金)

**Name:** 金沢 篤 (早稲田大学)

**Title:** 4次元一般化 Calabi-Yau 多様体とミラー対称性

**Abstract:** Hitchin により導入された一般化複素多様体は、複素多様体とシンプレクティック多様体を統一的に記述する枠組みである。さらに、その中には一般化 Calabi-Yau 多様体と呼ばれる特別なクラスが存在し、Calabi-Yau 多様体やシンプレクティック多様体を自然に含んでいる。本講演では、K3 曲面の下部実 4 次元微分多様体上の一般化 Calabi-Yau 構造を概説し、その幾何学的性質と、ミラー対称性との関係について紹介する。

**Name:** 宮崎 充弘 (大阪公立大学数学研究所)

**Title:** Gorenstein 性と Cohen-Macaulay 性の間にある可換環の新しい性質, canonical trace radical 性について

**Abstract:** 可換 Noether 局所環には、次のような系列がある。

$\text{regular} \Rightarrow \text{complete intersection} \Rightarrow \text{Gorenstein} \Rightarrow \text{Cohen-Macaulay} \Rightarrow \text{Buchsbaum}$

理論の基礎となる環の Cohen-Macaulay 性を仮定することは、それほど強い制約ではなく、一方で、多くの有用なことが成立し、理論の展開に役立つので、Cohen-Macaulay 環は多くの理論の基盤となっている。一方、Gorenstein 環は、それ自身や、それ上の加群の圏などに、美しい対称性を持つ環である。このような理由から、Cohen-Macaulay 環、Gorenstein 環は、環自身の性質や、その環上の加群に関して、様々な研究が行われて来た。このような研究が遂行されるうちに、多くの研究者が、Gorenstein 性と Cohen-Macaulay 性の間には、比較的大きな開きがあるように感じるようになった。その開きを埋めるために、almost Gorenstein 性や、nearly Gorenstein 性などが定義されたが、これらは、局所化、多項式拡大などとの相性が悪く、また、これらの性質を持ち、Gorenstein ではない環は少ない。

今回私は、Gorenstein 性と Cohen-Macaulay 性の上に位置する Noether 環の性質、canonical trace radical 性を定義した。この性質は、局所化や多項式拡大などで保たれ、また Gorenstein ではない canonical trace radical 環は豊富に存在する。本講演では、canonical trace radical 性を定義する動機となった、いくつかの環の class における canonical trace radical 性の特徴づけを、Gorenstein 性の特徴づけと対比する形で述べ、また、可換環の基本的な操作を行った場合の、canonical trace radical 性の振る舞いについて述べる。

**Name:** 高松 哲平 (埼玉大学)

**Title:** 準  $F$  分裂とその応用

**Abstract:** 正標数の代数幾何学においては、 $F$  分裂をはじめとする、Frobenius 写像を用いて定義される特異点が重要な役割を果たしてきた。一方で、呼子笛太郎氏は、 $F$  分裂の一般化・定量化である準  $F$  分裂および準  $F$  分裂高さを導入し、Calabi-Yau 多様体の場合に準  $F$  分裂高さが Artin-Mazur 高さとも一致することを証明した。近年、準  $F$  分裂の基礎的性質の研究が進み、Fano 多様体の研究にも応用されている。この講演では、準  $F$  分裂の基本的な性質とその応用を紹介し、最近得られた K3 曲面への応用についても述べる。本講演は、河上龍郎氏、田中公氏、Jakub Witaszek 氏、呼子笛太郎氏、吉川翔氏との一連の共同研究に基づく。



**Name:** 山口 樹 (東京科学大学)

**Title:** Plus-pure thresholds of diagonal hypersurfaces in mixed characteristic

**Abstract:** 双有理幾何学において重要な不変量の一つに対数的標準閾値があり、極小モデル理論や K 安定性の理論などで重要な役割を果たしている。  $F$  純閾値はその正標数版であり、Frobenius 写像を用いて定義される。正標数還元を通じて、両者は密接に関係していることが知られている。

近年、パーフェクトイドの手法を用いて混標数の特異点論が導入された。混標数の環とは、 $p$  進整数環  $\mathbb{Z}_p$  のように商体と剰余体の標数が異なる環のことである。混標数の特異点論では、特異点解消や Frobenius 写像の代わりに非ネーター環を用いて理論が定式化されるため、一般的な判定法は知られていない。

プラス純閾値 (plus pure threshold) は、対数的標準閾値および  $F$  純閾値の混標数版として導入された不変量である。本講演では、Hernández による対角超曲面の  $F$  純閾値に関する結果の類似として、混標数における対角超曲面のプラス純閾値の下界を与える。

**Name:** 山岸 亮 (九州大学)

**Title:** 簾の表現のモジュライとその双有理幾何学

**Abstract:** 簾の表現は有限次元非可換代数の表現論における基本的な対象であるが、そのモジュライ空間は種々の代数多様体の例を与えることから代数幾何学の文脈においても興味を持たれている。典型的な例として、McKay 簾の表現を用いて商特異点の特異点解消が適当な条件下で構成されることが知られており、この構成によって McKay 対応と呼ばれる現象を自然に説明することが可能になる。また、中島啓氏によって導入された簾多様体も簾の表現のモジュライ空間の例であり、幾何学的表現論などの観点から非常によく研究されている。

本講演では、双有理幾何学の観点から上記のモジュライ空間について概説し、さらに、安定性条件の空間における壁越え現象について近年得られた成果を交えて解説する。