1964
OCTOBER

日 本 数 学 会

昭和39年秋季例会

講演アブストラクト

函　数　論

時……　10 月 16 日 ・ 17 日

所……　九 州 大 学 工 学 部

---

16 日	9.30 ～ 12.30	普通講演	**1 ～ 11**
	14.00 ～ 15.10	普通講演	**12 ～ 15**
	15.30 ～ 16.30	特別講演	
17 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**16 ～ 28**
	13.30 ～ 15.10	普通講演	**29 ～ 37**
	15.20 ～ 16.20	特別講演	

1. 赤座　暢（金沢大理）**Fuchs 群に関する定理について**

G を Fuchs 群とし，B を Klein の normal polygon とする．いま $G \ni \gamma\ z_i = (a_i z + b_i)/(C_i z + d_i)$ に対して $\sum |c_i|^{-2} < \infty$ のとき，Gを convergent type, そうでないとき，divergent type ということにすれば，B が O_G に属するための必要十分条件は G が divergent type でてることである．Laasonen により $B \in O_G$ なるための相当によい十分条件が得られているがここでは G に若干の制限をつけて，以上の判定条件を用いて，$B \in O_G$ または $\notin O_G$ なるための十分条件を与える．

2. 栗林障和（中央大理工）**On automorphisms of compact Riemann surfaces.**

G を有限群とする，G からリーマン面 R の自己同型群の中への同型対応を φ として，対（R, φ）を考え，この空間の moduli を調べる．

3. 栗林障和（中央大理工）**種数 3 の compact Riemann surfaces について**

素数次の巡回群を与える．それを自己同型群の部分群にもつような種数 3 の Riemann 面を決定することを目的とする．

4. 宮原　靖（都立大理）**ordinary Weierstrass point を持つ Riemann 面について**

S を種数 $p\ (\geqq 2)$ の閉 Riemann 面とする．gap value が $1, 2, \cdots, p-1, p+1$ であるような S の Weierstrass 点を ordinary であるという．ordinary な Weierstrass 点を少なくとも一つをもつ S から成る $\underline{S} \in T_p$（T_p は Teichmüller 空間）の全体は T_p の開集合である．これを示すために，$S^{\varepsilon\mu}$ 上のある第 2 種正規微分の周期に関する変分公式を求める（ε は複素数，μ は S 上のある Beltrami 微分）．また，H. E. Rauch の principle of non-degeneracy が成り立つことに注意する．

5. 森　峯子（京大理）**Weiesstrass points for open Riemann surfaces of some classes.**

春の学会で，第一種の canonical semiexact differentials と distinguished differeutials の間の関係を報告したが，特異点をもつものに対しても同じ関係が成り立つことを示す．この事実を用いて，canonical differential の積分として得られる一価函数に対しての Weierstrass points は，族 O_{AD} のリーマン面 R については，R の continuation である閉リーマン面の Weierstrass points と全く一致することが示される．したがって，種数を g とするとき，その数は高く $(g-1)g(g+1)$ であり，実際に Weierstrass points が存在しないリーマン面およびその数が $2(g+1)$ より大きいリーマン面をつくることができる．ついで，種数有限なリーマン面のみを考えるならば，族 O_{AD} より大きい族，すなわち $\Gamma_{he} \cap \Gamma_{hse}^* \subset \Gamma_{he}^*$ をみたすリーマン面の族に対しては，Weierstrass points は高々可算個であることを示す．

6. 松井邦光（同志社大）**Note on Riemann's period relations.**

開リーマン面上の dividing cycle で $\sum_{k=1}^{K} \sigma_k \{K \leqq h$; ($h > 1$ は定数) $\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_K$ は closed curve かつ任意の $i \leqq K$ に対し $\sigma_1, \cdots, \sigma_{i-1}, \sigma_{i+1}, \cdots, \sigma_K$ は homologously indep. mod $\mathfrak{J}\}$ と書ける curve の集合を $\mathfrak{D}_h$, $\mathfrak{D}'_h = \mathfrak{D}_h - \mathfrak{D}_{h-1}$. 特に $\mathfrak{D}_1$ は connected dividing cycle の集合．つぎに能代氏の意味の近似 $\{F_n\}$ でつぎの条件をみたすものをとる：(i) ∂F_n の canonical partition Q が $Q\{\partial F_n\} = \sum_i \Gamma^i{}_n$, $\Gamma^i{}_n \in \mathfrak{D}_h$, かつ少なくとも一つの $\Gamma^i{}_n \in \mathfrak{D}'_h$, (ii) $F_{n+1} - \bar{F}_n$ の component $F_n{}^i$ の内，外境界を $\Gamma^i{}_n$, $\sum_j \Gamma_{n+1}{}^{ij}$ としたとき各 $\Gamma_{n+1}{}^{ij}$ に沿ってただ一つの $F_{n+2} - \bar{F}_{n+1}$ の component が $F_n{}^i$ に adjoin される．上記の近似の族を $\mathfrak{C}_h$ とする．種数 ∞ の W に対しつねに $\mathfrak{C}_h \neq \phi$ であることが示される．**定理** 1. ある条件をみたす近似 $\{F_n\} \in \mathfrak{C}_h$ が存在すれば任意の ω_1, $\omega_2 \in \Gamma_{hse}$ に対し特別な canonical 近似 $\{W_n\}$ とそれに対応する homology basis があってそれに対しリーマンの周期関係式が成立する．特に $h=1$ のとき齐之内氏の定理 1 になる．**定理** 2. 上記の $\{F_n\} \in \mathfrak{C}_h$ に対応する homology basis に対し任意の $\omega_1 \in \Gamma_{hse}$ と $\omega_2 \in \Gamma_{hse}$（ただし ω_2 の有限個の周期が 0 でない．）に関しリーマンの周期関係式が成立する．

7. 中井三留（名大理）**調和測度族の一性質**

Rを O_G でない開リーマン面，R^* をRの可解完閉化（例．Wiener, Royden, Martin, Kuramochi, K-S の完閉化等）とする，i. e. $C(\Gamma)$ を $\Gamma = R^* - R$ 上の有限連続函数全体とするとき任意の $f \in C(\Gamma)$ が可解 $H_f^{R,R^*} = \bar{H}_f^{R,R^*}$) であるとする．各 $p \in R$ に対し $C(\Gamma) \ni f \to H_f^{R,R^*}(p)$ は正値線型汎函数だから $H_f^{R,R^*}(p)$

$=\int_\Gamma f d\mu_p$ となるような μ_p が定まる．これを Γ 上の（p に関する）調和測度という．各 $p, q \in R$ に対し μ_p と μ_q は互いに絶対連続だから，任意の固定点 $0 \in R$ に対する μ_0 を簡単に μ とかくとき，$d\mu_p(p^*) = P(p, p^*) d\mu$ となる Radon-Nikodym density $P(p, p^*)$ が定まる．$P(p, p^*)$ を $R \times \Gamma$ 上の函数と考えて調和核とよぶ．つぎのことを報告する：μ- ほとんどすべての $p^* \in \Gamma$ に対し $p \to P(p, p^*)$ は R 上の調和函数である．

8. 中井三留（名大理）**Φ- 有界調和函数によるリーマン面の分類について**

$\Phi(t)$ を $t \geqq 0$ で定義された非負実数値函数とする．リーマン面 R 上の調和函数 v が Φ- 有界とは $\Phi(|v|)$ が調和優函数をもつこととする．かかる v の全体を $H\Phi(R)$ とかき，$H\Phi(R)$ が定数以外のものを含まないような R の全体を $O_{H\Phi}$ で表わす，$\Phi(t)$ について (1) $\Phi(t)$ は非有界；(2) $\Phi(t)$ はどこか一点 $t \geqq 0$ の近傍で有界の 2 条件を仮定する．(1) がないと $O_{H\Phi}$ は閉リーマン面全体，(2) がないと $O_{H\Phi}$ はリーマン面全体からなるゆえかかる仮定をおくことはなんら本質的な制限ではない．つぎに $d(\Phi) = \lim\sup_{t\to\infty}(\Phi(t)/t)$ とおくとき，つぎの結果をうる：**定理．** $d(\Phi) < \infty \Rightarrow O_{H\Phi} = O_{HP}$，$d(\Phi) = \infty \Rightarrow O_{H\Phi} = O_{HB}$．——これはパローが，$\Phi$ が増大，凸の仮定のもとに示した．(1)，(2)以外に何の仮定もいらぬ点を強調したい．

9. 大津賀信（広島大理）**調和流の極値的長さについて**

3 次元空間内の領域における調和函数の等高面（＝等ポテンシャル面）に直交する直交曲線（＝力線）からなる調和流に対して，その p 位の一般極値的長さを正確に計算する．$n\ (\geqq 2)$ 次元空間でも話は同じである．

10. 大津賀信（広島大理）**極値距離の連続性について**

3 次元空間内の 2 コンパクト集合 K_1，K_2 が有界領域 D を囲むとき，D 内にあるコンパクト集合の列 $\{K_1^{(n)}\}$，$\{K_2^{(n)}\}$ で K_1，K_2 をそれぞれ近似する．$K_1^{(n)}$ と $K_2^{(n)}$ 間の（2 位の）極値距離は K_1 と K_2 間の極値距離に近づくことが知られている．いま一般に 2 コンパクト集合 K_1，K_2 と領域 D があるとき，D 内にあって K_1 と K_2 の点を結ぶ曲線全体の p 位の極値的長さを D に相対的な p-極値距離とよぶことにする．この相対的な p-極値距離について，上記の命題が成り立つかどうかわからない．ここではそれが成り立つための十分条件を論ずる．

11. 大津賀信（広島大理）**極値距離の定義に関する Gehring の結果について**

3 次元空間において，Gehring は極値距離の 2 定義と等角容量 $\inf\int|\mathrm{grad}\, u|^3 dv$（ここに u は一方の集合上 0，他方の集合上 1 なる連続的微分可能な函数）とすべて互いに等しいことを証明した．ここでは $\inf\int|\mathrm{grad}\, u|^p dv$ と p- 極値距離の同等性を示す．

12. 大津賀信（広島大理）**ディリクレ原理の一証明**

$n\ (\geqq 3)$ 次元のグリーン空間でも，また BLD 函数に対しても以下の証明は成り立つが，簡単のため正境界をもつリーマン面 R を考える．R 内の相対的にコンパクトな，境界の正則な領域 D が，各辺が解析弧よりなる可付番無限個の多角形に分割されるとき，仮りにこれを D の正則分割とよぶ．いま実函数 f が $D \cup \partial D$ 上で定義され連続で，D のある正則分割に対し，各多角形の内部で f が連続微分可能，D 上のディリクレ積分 $\|f\|^2$ は有限とする．このとき，∂D 上の境界値を f と同じくする調和函数 H は $\|H\| \leqq \|f\|$ をみたすことを，H の等高線の直交曲線群を用いて証明する．

13. 大津賀信（広島大理）**倉持境界について**

倉持によって，いわゆる倉持境界が導入されたが，たびたびの書き直しにもかかわらずなおわかり難い部分がある．また Constantinescu-Cornea による別の方法もある．私は以前，倉持の原著の理解を試み，それについて 1962 年に九大で講義をしたことがある．どの方法でも BLD 函数（ディリクレ函数に同じ）の概念を必要としたが，今回はこれを避け，できる限り初等的な方法で，倉持境界の定義，canonical な函数表示とその一義性，minimal な函数等について論ずる．

14. 岸　正倫（名大理），**島崎利夫**（名大工）**Hunt の表現定理に関する一注意**

X を局所コンパクト T_2-空間とし，C，C_K，C_0 をそれぞれ X 上の有界連続函数，ささえがコンパクトな連続函数，無限遠点で零となる連続函数の全体からなる空間とする．Hunt によるつぎの定理はよく知られている：核 V が C_K から C_0 への正値線型写像で (a) $V(C_K)$ が C_0 で稠密，(b) 完全最大値原理をみたすならば，C_0 から C_0 への正値線型写像 P_t ($\|P_t\| \leqq 1$) がつくる強連続な半群 $\{P_t\}_{t\geqq 0}$ がただ一通り定まり，核 V は $\forall f \in C_K$，$\forall x \in X$ に対して $Vf(x) = \int_0^\infty P_t f(x) dt$ と表現される．ここでは核 V が C から C への正値線型写像であるときにも (a′) $V(C)$ が C で稠密，(b) 完全最大値

原理をみたすならば，同じ結果が得られることを示し，かつこれの応用として核 V が同じ条件のもとに，任意の開集合に対する掃散の原理をみたすことを導く．

15. 小川枝郎（神戸大工） **Sur le balayage pour des ensembles quelconques et la balayabilité.**

N. Ninomiya は正値対称広義連続な核に対するポテンシャルに関して正 measure のコンパクト集合へ掃散可能なことは核が domination principle をみたすことと同値なることを示した．この講演では正 measure を掃散する集合をコンパクト集合のみに限らず一般に任意集合に対して掃散問題を考える．すなわち局所コンパクト空間内に与えられた relatively compact な任意集合に対する正 measure の内掃散，外掃散を domination principle の仮定のもとに定義し K-analytic set へ掃散可能なことを示す．さらに σ-compact 空間内に与えられた任意集合に対して正 measure の内掃散，外掃散が domination principle および dilated maximum principle をみたす無限遠点で 0 に tend する核に関して定義できることを示し，特に K-analytic set の可算個の union によってできると集合に対して掃散可能なことを示す．

特　別　講　演

岸　正倫（名大理）　**正の核のポテンシャル論**

Ω を局所コンパクト Hausdorff 空間，$G(x, y)$（略して G）を Ω 上の正の下半連続核，すなわち，$\Omega\times\Omega$ 上の正値下半連続函数とし，$\check{G}(x,y)=G(y,x)$ で定義される核 $\check{G}$ を G の共役核という．Ω 上の正 Radon 測度全体を M^+，そのうちでささえ（μ のささえを S_μ と記す）がコンパクトであるもの全体を M_0^+ とする．$\mu\in M^+$ の G-ポテンシャル $G\mu(x)$，$\check{G}$-ポテンシャル $\check{G}\mu(x)$，G-エネルギーをそれぞれ $\int G(x, y)d\mu(y)$，$\int\check{G}(x, y)d\mu(y)$，$\int G\mu(x)d\mu(x)$ で定義する．M_0^+ のうち G-エネルギーが有限であるもの全体を $E_0^+(G)$ と記す．Ω 上の実数値函数 $f(x)$ が集合 $A\subset\Omega$ 上 G-ppp$\geqq 0$ とは，$A'=\{x\in A;\ f(x)<0\}$ の内容量が 0 であること，すなわち，$\nu\in E_0^+(G)$ $S\nu\subset A'$ なら $\nu=0$．G が連続性原理をみたすとは，$\mu\in M_0^+$ の G- ポテンシャル $G\mu(x)$ が $S\mu$ 上の函数として有限連続ならばつねに $G\mu(x)$ は Ω 内有限連続であること．

1. つぎの存在定理 [10, 13] が基本的である．存在定理．共役核 $\check{G}$ が連続性原理をみたせば，$\forall K$ コンパクト $\subset\Omega$ に対してつぎの $\mu_0\in M_0^+$ が存在する：$S\mu_0\subset K$，$G\mu_0(x)\geqq 1$ G-ppp on K，$G\mu_0(x)\leqq 1$ on $S\mu_0$．この証明にゲームの理論より Kakutani-Glicksberg-Fan の固定点定理 [5, 4, 2] を借用する．（ミニマックスの定理を使えば解析集合の可容性の別証が得られる [3].）固定点定理．X を局所凸線型 Hausdorff 空間，S を X のコンパクト凸部分集合，$K(S)$ を S の凸部分集合 $\neq\phi$ の全体とし，$S\in\forall x$ を $\Phi(x)\in K(S)$ に写す“点一集合”写像 Φ が上半連続（i. e., $x_\alpha\to x$, $y_\alpha\in\Phi(x_\alpha)$, $y_\alpha\to y\Rightarrow y\in\Phi(x)$ ならば $\exists x\in S\ni x\in\Phi(x)$．――この定理を使えば G が正の有限値連続核のときには存在定理が容易に証明される．じっさい，$X=\{K$ 上の Radon 測度，漠位相$\}$，$S=\{\mu\in X;\ \mu\geqq 0,\ \mu(K)=1\}$ とし，$\mu\in S$ に対して $\Phi(\mu)=\{\nu\in S;\ \int G\mu d\nu=m_\mu=\inf_{\lambda\in S}\int G\mu d\lambda\}$ とおけば，$\Phi(\mu)$ は $\neq\phi$，凸，写像 Φ は上半連続，したがって $\exists\mu\in S\ni\mu\in\Phi(\mu)$．そこで $\mu_0=m_\mu^{-1}\cdot\mu$ とおけば $\int G\mu_0 d\lambda\geqq 1$ for $\forall\lambda\in S$，$\int G\mu_0 d\mu=1$，このことから $G\mu_0(x)\geqq 1$ on K，$G\mu_0(x)=1$ on $S\mu_0$ が導かれる．さて一般の場合には $\Omega=K$ として有向集合 $\Delta\{\alpha\}$ と $K\times K$ 上の有限値連続函数の族 $\{G_\alpha(x,y)\}$ をつぎのように選ぶ：$G(x,y)\geqq G_\alpha(x,y)\geqq m=\min\{G(x,y);\ x, y\in K\}>0$，$G(x,y)=\lim_\Delta G_\alpha(x,y)$．
上の注意から各 α に対して $\exists\mu_\alpha\in M^+\ni G_\alpha\mu_\alpha(x)\geqq 1$ on K，$G_\alpha\mu_\alpha(x)=1$ on $S\mu_\alpha$．ここで $\mu_\alpha(K)\leqq m^{-1}<\infty$ だから集積点 μ_0 が存在する．これが求める正測度である．$\check{G}$ の連続性原理は $G\mu_0(x)\geqq 1$ G-ppp on K を示すのに必要である．

G が対称（i. e., $\check{G}\equiv G$）のときには，よく知られているように連続性原理を仮定しなくても存在定理は正しい [6, 14]．しかし非対称の場合には反例がある．

2. 存在定理が得られたから掃散原理と domination 原理，平衡原理と最大値原理等の同値関係を示すことができる [14, 16, 8, 10]．また $\check{G}$ が regular で G が連続性原理をみたしているとき．掃散分布が一意的であるための必要十分条件は G が非退化であること [7, 9]．

閉集合への掃散および掃散分布の一意性は残された問題である．

3. つぎの弱掃散原理を考えよう：$\forall\mu\in M_0^+$ と $\forall K$ コンパクトに対して $\exists\nu\in M_0^+\ni S\nu\subset K$, $G\nu=G\mu$ G-ppp on K．G が有限点集合 Ω 上の非退化核のときには弱掃散原理 $\Rightarrow$ 掃散原理または逆掃散原理が知られている [1]．こ

れを一般の正の連続核に拡張できる[15, 11]．その応用として lower envelope 原理と domination 原理の相互関係が得られる〔12〕．

参　考　文　献

[1] G. Choquet and J. Deny: Modèles finis en théorie du potentiel. J. Anal. Math. **5** (1956/57), 77-135.

[2] K. Fan: Fixed-point and minimax theorems in locally convex topological linear spaces. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **38** (1952), 121-126.

[3] B. Fuglede: Une application de la théorie des jeux à celle du potentiel. Colloqium in potential theory in Orsay, June 1964.

[4] I. L. Glicksberg: A further generalization of the Kakutani fixed point theorem, with applica tion to Nash equilibrium points. Proc. Amer. Math. Soc. **3** (1952), 170-174.

[5] S. Kakutani: A generalization of Brower's fixed point theorem, Duke Math. J. **7** (1941), 457-459.

[6] S. Kametani: Positive definite integral quadratic forms and generalized potentials. Proc. Imp. Acad. Japan **20** (1944), 7-14.

[7] M. Kishi: Unicity principles in the potential theory. Osaka Math. J. **13** (1961), 41-74.

[8] M. Kishi: Note on balayage and maximum principles. Proc. Japan Acad. **36** (1963), 415-418.

[9] M. Kishi: On the uniqueness of balayaged measures. ibid. **39** (1963), 749-752.

[10] M. Kishi: Maximum principles in the potential theory. Nagoya Math. J. **23** (1963), 165-187.

[11] M. Kishi: Weak domination principle. J. Sci. Hiroshima Univ. Ser. A-I **28** (1964), 1-17.

[12] M. Kishi: A remark on a lower envelope principle. To appear in Ann. Inst. Fourier.

[13] M. Nakai: On the fundamental existence theorem of Kishi. Nagoya Math. J. **23** (1963), 189-198.

[14] N. Ninomiya: Etude sur la théorie du potentiel pris par rapport au noyau symétrique. J. Inst. Polytech. Osaka City Univ. **8** (1957), 147-179.

[15] N. Ninomiya: Sur le principe du maximum et le balayage. Japanese J. Math. **29** (1959), 68-77.

[16] M. Ohtsuka: On potentials in locally compact spaces. J. Sci. Hiroshima Univ. Ser. A—I. **25** (1961), 135-352.

10 月 17 日

16. 楢本浩一 (阪府大教養) **Bounded approximation by polynomials.**

E を有界閉集合とするとき E で連続な函数 $f(z)$ が E で多項式列 $\{P_n(z)\}$ で一様に近似されて，かつ

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \max_{z\in E} |p_n(z)| \leqq \max_{z\in E} |f(z)|$$

なる関係がみたされるための E の条件は何か？ について調べる．rectifiable な arc 上の linear measure が零である集合 E 上では上の条件をみたすように多項式列がとれることを注意する．E が内点をもたないことと E の補集合が連続であることが一つの必要条件ではあるが，これが十分条件か否かは不明である．

17. 梯鉄次郎 (阪府大工) **単葉函数に関する一考察**

$\varphi_0(z)=(1+z)/(1-z)$ を出発点とし，任意の実数値 λ_k, μ_k に対して，$\varphi_n(z)=[\{\varphi_{n-1}(z)+i\lambda_{n-1}\}^2+\mu_{n-1}{}^2]^{1/2}$ をつくれば，$\varphi_n(z)$ は $|z|<1$ において正の実部をもった単葉函数である．また $\Phi_n(z)=\{\varphi_n(z)+i\lambda_n\}^2$ および $F_n(z)=(\varphi_n(z)-\varphi_n(0))/(\varphi_n(z)+\varphi_n(0))$ は同じく $|z|<1$ において単葉である．このような函数族の性質について述べる．

18. 古関健一 (岡山大理) **単位円内単葉函数について**

積分方程式

$$\Im\ [6\kappa^3(s)e^{-2s}+A\kappa(s)+2\kappa(s)\int_s^0 2\kappa^2(s_1)e^{-2s_1}ds_1-4\kappa^2(\Delta)e^{-s}\int_s^0 2\kappa(s_1)e^{-s_1}ds_1]=0,$$

$s\geqq 0$ の解を $e^{-s}=t$ なる変換をして $\kappa(t)=e^{-\varphi(t)i}$ とすれば $\varphi(t)=\sum\alpha_{i+2}\ t^{i+2}$. ここに

$$\alpha_{i+2}=\sum_{m=1}^{i+1}{}' \sum_{l=0}^{m}\alpha_2{}^l \sum_{q=0}^{m-l}\sum_{k=0}\sum_{k_1=0}\sum_{k_2=0}(-1)^q\left(-\frac{\Im\kappa^3}{\Re\kappa A}\right)^{m-l-q-k-k_1-k_2}\left(-\frac{\Re\kappa^3}{\Re\kappa A}\right)^k\left(-\frac{\Re B\kappa^2}{\Re\kappa A}\right)^{k_1}\left(-\frac{\Im B\kappa^2}{\Re\kappa A}\right)^{k_2}A$$

$$+\sum_{m=1}^{i}{}'' \sum_{l=0}^{m}\alpha_2{}^{l+1}\sum_{q=0}^{m-l}\sum_{k=0}\sum_{k_1=0}\sum_{k_2=0}(-1)^q\left(-\frac{\Im\kappa^3}{\Re\kappa A}\right)^{m-l-q-k-k_1-k_2}\left(-\frac{\Re\kappa^3}{\Re\kappa A}\right)^k\left(-\frac{\Re B\kappa^2}{\Re\kappa A}\right)^{k_1}\left(-\frac{\Im B\kappa^2}{\Re\kappa A}\right)^{k_2}B$$

なるものである．A, B について話す．

19. 小沢　満 (東工大) **On the sixth coefficient of univalent functions.**

単位円内正規化単葉函数 $f(z)=\sum_{n=1}^{\infty}a_nz^n$, $a_1=1$ に関してつぎの定理を証明する．**定理.** a_2 が実数非負であれば，Re $a_6\leqq 6$. 等号は Koebe 函数 $z/(1-z)^2$ に限る．

20. 西宮　範 (埼玉大文理) **ある種の円弧多角形への等角写像**

原点を中心とする有限個の同心円弧と放射線分で囲まれた有界領域(いわゆる gear)を考える．単位円をこの形の領域へ写像する函数に対する Schwarz-Christoffel 型の積分表示が A. W. Goodman (Univ. Nac. Tucumán Rev. (A) **13** (1960), 20-26) によって求められている．ここでは，円内正則函数についての Herglotz 表示を利用して，この結果に対する簡明な別証明を与える．また，同心円環内一価正則函数についても Herglotz 型の表示が得られているから (Y. Komatu: Jap. Jour. Math. **19** (1945), 203-215)，同様な論法によって，結果を二重連結の場合へ拡張することができる．

21. 曾根徳順 (山梨大) **Some radius of p-valency problems.**

$f(z)=z^p+a_{p+m}z^{p+m}+\cdots$, $g(z)=z^p+b_{p+n}z^{p+n}+\cdots$ $(a_{p+m}b_{p+n}\neq 0)$ はともに $|z|<1$ で正則とする．$\min(m,n)=k$ とする．**定理 1.** $|z|>1$ で $g(z)$ が p 葉星型であって，$\Re\{f(z)/g(z)\}>0$ ならば，$f(z)$ は $|z|<r_1\equiv[\{p+k-(2pk+k^2)^{1/2}\}/p]^{1/k}$ で p 葉星型である．特に $g(z)\equiv z^p$ の場合には r_1 を $r_2\equiv[\{(p^2+m^2)^{1/2}-m\}/p]^{1/m}$ に改良できる．$zf'(z)/p$ が p 葉星型 $\Leftrightarrow f(z)$ が p 葉凸型に注意すると，凸型の対応定理がえられる．**定理 2.** $|z|<1$ で $g(z)$ が p 葉凸型であって，$|f'(z)/g'(z)|<M$ ならば，$f(z)$ は $|z|<(1/M)^{1/k}$ で p 葉 close-to-convex である．**定理 3.** $|z|<1$ で $|zf'(z)/f(z)|>M$ ならば，$f(z)$ は $|z|<(p/M)^{1/m}$ で p 葉星型である．——その他，上と類似の定理，それぞれの場合の極限函数について述べる．

22. 吹田信之 (東工大) **Grunsky's fuuction に関する一つの例**

Ω を ∞ を含む平面領域とし，$p^\theta(z)=z+a_\theta z^{-1}+\cdots$ は Ω を θ 方向の極小截線領域へ写像する函数とする．Grunsky's function $\varphi(z)=(p^0(z)+p^{\pi/2}(z))/2$ による Ω の各境界成分の像が点，線分または内点をもつ閉凸

集合より成ることが及川氏により得られている（前学会報告）．ここでは境界成分が正方形となるような例を報告し，関連する問題を提起する．

23. 吹田信之（東工大）**Jenkins の定理についての一注意**

極小截線領域 $p^0(\Omega)$ はつぎの性質をもっている：R を截線を内部に含み，横 a 縦 b の長方形とするとき，2本の縦線を $R\cap p^0(\Omega)$ 内で結ぶ locally rectifiable な曲線族の module は b/a (Jenkins, J., Univalent functions and conformal mapping, Ergebnisse 1958, 82-83)．われわれは二本の横線に截線の集積を許しても同じことがいえることを注意する．

24. 落合博二（都城工専），**星　誠一**（宮崎大工）**Quaternion function の解析函数について**

R^4 のある領域で定義された quaternion function $w=f(z)$ が $\sum_{k=0}^{3}(\partial w/\partial x_k)i_k=0$ をみたすとき $w=f(z)$ は右正則，$\sum_{k=0}^{3} i_k(\partial w/\partial x_k)=0$ をみたすとき $w=f(z)$ は左正則という．ただし i_0, i_1, i_2, i_3 は Hamilton の4元数の単位である．このような正則函数については R. Fueter その他によってすでに多くのことが調べられている．ここではこのような正則性の定義を与えないで「べき級数展開可能な函数」を解析函数と定義し，これから得られる若干の性質を紹介する．

25. 落合博二（都城工専），**星　誠一**（宮崎大工）**2複素変数の解析函数について**

quaternion の変数は $z=z_1+z_2i_2$ とおくと z_1, z_2 はふつうの複素数と同様に考えることができる．領域Dで定義された quaternion function を $w=F_{(z)}=f(z_1,z_2)$ とおくとき z_1, z_2 に関する2複素変数の函数となる．ここではこのような2複素変数の解析函数について考えてみる．

26. 菊地敬造（東海大教養），**松浦省三**（群馬工専），**加藤定雄**（神奈川大工）**拡張された代表領域(m^{th} normal domain, m^{th} A-representative domain)について**

M. Maschler によって導入された一変数における m-representative domain を多変数の場合に拡張し，さらに初期条件 $\zeta'(t_0)=E$, $\zeta''(t_0)=0$, $\cdots$, $\zeta^{(m)}(t_0)=0$ $(\zeta(z)\in\mathfrak{L}^2_{\zeta(t_0), E, 0,\cdots,0}; t_0(D)$, t_0: fixed point in $D)$ を (i) $\det\zeta'(t_0)\neq 0$, $\zeta''(t_0)=0$, $\cdots$, $\zeta^{(m)}(t_0)=0$ または (ii) $\zeta'(t_0)\cdot A=A$, $\zeta''(t_0)=0,\cdots,\zeta^{(m)}(t_0)=0$ と一般化して，(i) の条件をもった pseudo-conformal mapping による像領域の equivalent class の canonical domain を m^{th} normal domain, (ii) のそれを m^{h} A-representative domdin とよぶ．なお S. Bergman, M. Maschler はいずれも最小値函数の助けを借りているが，ここではそれを必要としない．

27. 加倉井茂樹（教育大理）**Canonical domains of Bergman の特徴付け**

C^n におけるつぎの二条件をみたす領域Dを考察の対象とする．D における Bergman 核函数 $K_D(z,\bar{t})$ を用いて，$\partial^2\log K_D(z,\bar{t})/\partial\bar{t}_i\partial z_j$ を (i,j)-要素とする n 次正方行列を考え（ただし，対数は主値だけとるものとする），これを $T_D(z,\bar{t})$ で表わし，1) D のユークリッド体積が有限，2) $T_D(z,\bar{t})$ が non-singular とする．Bergman は二種類の標準領域の概念を導入したが，これらと二種の概念を合わせて得られる第三の標準領域とを $K_D(z,\bar{t})$ と $T_D(z,\bar{t})$ とによって特徴付け，さらに D における完全正規直交系を用いて特徴付ける．応用として，H. Cartan の単独性定理の，われわれの領域への拡張を与える．2) より，エルミット行列 $T_D(z,\bar{z})$ は正定値であるが，そのとき E. Cartan の結果によれば，$n\leqq 3$ なら D は有界領域へ写せる．しかし，均質領域の問題の場合同様，$n\geqq 4$ のときには反例をあげられる可能性のあることは注意を要する．

28. 加倉井茂樹（教育大理）**付加条件下の canonical domains of Bergman について**

Bergman によって導入された二種類の標準領域，すなわち representative domain と minimal domain, にさらに条件を付加して Maschler は m-representative domain と m-minimal domain を定義し，諸結果を得ているが，しかしそれは一変数に対してであり，多変数の場合にはそのままでは成り立ち得ないものが多い．一方，Tsuboi は多変数の場合について種々結果を得ているが，この講演では写像論の立場から統一的な取扱いを試み，拡張された結果を出す．これら新標準領域の場合には，直前の講演における領域に対する条件 2) の代わりに，もうすこし強い複雑な条件を仮定せねばならない．

29. 樋口禎一（教育大理）**On two classes of analytic functions in several complex variables.**

前に複素次元 n の空間 C^n の中の Carathéodory の circular domain での analytic functions の係数の評価を調べた．今回はこれを特に単位多重円板と単位超球に限定し，さらにこの領域の中で条件

$$(\mathrm{I})\qquad \mathrm{Re}\left\{\frac{f(z)+(df(z)/dz)\cdot z}{f(z)}\right\}>0$$

をみたす analytic functions ($f(0)=1$) の class と，条件

$$(\mathrm{II})\qquad \mathrm{Re}\left\{\frac{\zeta+(d\zeta/dz)\cdot z}{\zeta}\right\}>0$$

$$\left(\zeta\equiv f(z)+\frac{df(z)}{dz}\cdot z\right)$$

をみたす analytic functions ($f(0)=1$) の class についての係数の評価を Bavrin (Soviet Math. Dokl. 2 (1962) の評価と異なった形で述べる．

30. 鶴見和之（教育大理） **値分布の写像について**

n 次元空間の値分布に関する Chern, Levine および Higuchi の定理についてすこし変形すると，簡単な良い式が得られることを示す．その他，それらに関するいくつかの写像について．

31. 栗田　稔（名大工） **多次元複素解析写像の値分布について**

C_n から P_n 内への複素解析写像 f において，C_n 内の $|z|\leqq r$ なる球 D_r の像の体積を $v(D_r)$,

$$T(r)=\int_{r_0}^{r}\frac{v(D_r)}{r}\,dr$$

とし，また，f できまるある定まった関数 B を使って，

$$Y(r)=\int_{\partial D_r}\frac{B}{I_{2n-1}}r^{2n-2}\Theta\quad\left(\begin{array}{l}\Theta\ \text{は立体角素片,}\\ I_{2n-1}\ \text{は全立体角}\end{array}\right)$$

とおくとき，P_n の測度 c と $f(D_r)$ の補集合の測度 b とについて，$b/c\leqq a_nY(r)/T(r)$ ($a_n=(1/4)\ (1+1/2+1/3+\cdots+1/n)$)．したがって $\lim_{r\to\infty}(Y(r)/T(r)=0$ ならば，$f(C_n)$ は P_n のほとんど全体を被うことになる．この定理と陳 (Chern) の定理との比較をも述べる．

32. 栗田　稔（名大工） **多変数複素積分公式による実積分公式の導出について**

1 変数複素関数についてのコーシーの積分公式を多変数に拡張したものの 1 つとして，Martinelli-Bochner の公式があり，これに関連して得られた公式もある．これらの公式を利用してある種の実積分公式を導くことを述べる．たとえば，1 変数の場合に，$\int z^{-1}e^{iz}dz$ の考察から

$$\int_0^\infty\frac{\sin x}{x}dx=\frac{\pi}{2}$$

を導くのに相当することを，複素 2 次元の場合に考えると，

$$\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\frac{e^{-x_1}\,x_2\,\sin(x_2+x_3)}{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)^2}dx_1dx_2dx_3=\frac{\pi^2}{48}$$

が得られる．

33. 西野利雄（京大理） **Une propriété des familles de fonctions holomorphes de plusieurs variables complexes.**

n 複素変数 $x_1,\cdots,x_n$ の空間の polycylindre $\varDelta$: $|x_i|\leqq r$ ($i=1,2,\cdots,n$) と複素変数 y の平面の 2 つの同心円 C: $|y|\leqq\rho$ と c': $|y|\leqq\rho'$, ($\rho'<\rho$) を考える．そして閉領域 ($\varDelta$, c) で holomorphe な函数の列 $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$, $f_3(x,y)$, … を与える．このとき，もしこれらが閉領域 ($\varDelta,c'$) で一様収束し，また点 (x) を $\varDelta$ 内に固定するごとに y のみの函数としてはつねに c で一様収束するならば，これらは領域 ($\varDelta,c$) の完全内部で一様収束する．このことから各変数ごとに一様収束する函数列は，一様収束する．したがって，各変数ごとに normal な函数族は normal であるといえる．

34. 西野利雄（京大理） **L'itération des transformations rationnelles de deux variables.**

2 複素変数 x, y の空間を x, y の有理函数の対によってそれ自身の上に移す写像を与え，この写像の itération π_n を考える．この itération の irrégulier な点と π_n によって不変な曲線との間には種々の関係がある．たとえば，ある点を通る 2 つの不変な曲線があって，そこで一方が attractif, 他方が répulsif ならば，前者の曲線上のすべての点は，この itération の irrégulier な点である．特にこの itération が y を媒介変数にもつ x の itération とみなせるようなときには，それの irrégulier な点の集合は，π_n による不変な曲線のある集合とその閉包でつきる．

35. 梶原壌二（金沢大理） **Cousin-II 問題に関する Thullen の例について**

1935 年に Thullen は Cousin-II 型であるが Cousin-I 型でない領域の例として $E=C^2-\{(0,0)\}$ を与えた．この例が別の重要な意味を含んでいることを注意しよう．$\mathfrak{O}^*$ を値 0 をとらない正則函数の芽のつくる乗法群の層とする．$E_1=E\cap\{x_1\neq 0\}$, $E_2=E\subset\{x_2\neq 0\}$, $\mathfrak{U}=\{E_1,E_2\}$ とおくと $\exp(1/z_1z_2)\in Z^1(\mathfrak{U},\mathfrak{O}^*)-B^1(\mathfrak{U},\mathfrak{O}^*)$ であることが Laurant 展開を用いて初等的に示される．$H^1(X,\mathfrak{O}^*)=0$ をみたす領域 X は Cousin-II 型であるが，この逆が一般には成立しないこと，すなわ

ち $H^1(E,\mathfrak{C}^*)\neq 0$ をみたす Cousin-II 型領域Eの存在を Thullen の例は示している．もっと一般に孤立境界点をもつ C^2 の Cousin-II 型領域はすべて $H^1(E,\mathfrak{O}^*)\neq 0$ をみたす Cousin-II 型領域の例を与える．別の見方をすると，正則函数の芽のつくる層を $\mathfrak{O}$，整数群を Z とするとき，$H^1(X,\mathfrak{C}^*)=H^1(X,Z)=0$ をみたす領域に対して $H^1(X,\mathfrak{O})=0$ が成立する．したがって$H^1(E,Z)=0$ の条件の下で，Cousin-I 型でない Cousin-II 型領域はすべて $H^{1'}(E,\mathfrak{C}^*)\neq 0$ なる Cousin-II 型領域の例を与える．

36. 梶原壌二（金沢大理）**Cousin-I 型領域と正則領域との交わりについて**

H. Cartan は正則領域でないが Cousin-I 型である領域の例として $E=\{|z_1|<1,\ |z_2|<1,\ |z_3|<1,\ (z_1,z_2,z_3)\neq 0\}$ を与えた．C^3 の任意の正則領域Dに対して$E\cap D$はやはり正則領域である．一方 $G=\{|z_1|<1,\ |z_2|<1,\ |z_3|<1\}-\{z_1=z_2=0,\ |z_3|\leqq 1/2\}$ も Cousin-I 型であるが，C^3 の正則領域 $D=\{z_3|<1/2\}$ に対しては$G\cap D$はもはや Cousin-I 型でない．つぎの定義を導こう．C^n の有界な柱状領域Pに対して$E\cap P$がいつも Cousin-I 型であるような C^n の領域Eを正規であるという．これに関してつぎの結果を得た．C^n の領域が正則領域であるための必要十分条件はそれが内部より正規領域で近似できることである．証明には春の学会で発表した結果を用いて，C^n の領域であるための条件は任意の解析的平面による切り口が Cousin-I 型であることであるという補題（一松，共立出版 p. 107 参照）に帰着させる．正則領域は正規領域であるが，これより正則領域でない正規領域は正規領域全体の集合の中で，ある意味で孤立していることがわかる．

37. 梶原壌二（金沢大理）**Cousin-I 型領域の境界点について**

以上の考察によって G は正規でない Cousin-I 領域の例であるが，この境界の点には Cousin-I 問題についてまともな点とまともでない点とがある．これらを区別するためにつぎの定義を導こう．C^n の領域Eは x_0 の近傍 U で $\mathrm{U}\cap E$ が正規であるようなものが存在するとき，その境界点 x_0 で局所正規であるといわれる．上述の結果を用いてつぎのことが示される．C^n の領域がその滑らかな（実 $2n-1$ 次元の）境界の点で擬凸であるための必要条件はその点で局所正規なことである．境界の各点で局所正規な領域を単に局所正規という．Levi の問題に関する Oka の結果より滑らか境界をもつ領域が正則領域であるための必要十分条件はそれが局所正規であることである．特に滑らか境界をもつ正則領域でない Cousin-I 型領域 E に対して$E\supset P$が Cousin-I 型でないような柱状領域 P が存在する．なお滑らかなという条件は弱くできる．以上の結果は Docquier-Grauert の結果を用いて Stein 多様体の領域へ拡張できることは明らかであろう．

特　別　講　演

笠原乾吉（中央大理工）**解析性の接続（Hartogs-Osgood の定理）**

2次元以上の解析空間Xを考える．Xのコンパクト集合 K と領域 D が与えられ，$K\subset D$, $D-K$ は連結のとき，組(D,K)を一つの H 問題ということにする．$D-K$ に与えられた解析的なもの（正則函数，有理型函数，解析的集合 etc.）が D 全体に延長できるかどうかを調べたい．まず，正則函数のときを論ずる．$D-K$ における一価正則函数がつねに D 全体の一価正則函数に接続されるとき，H 問題(D,K)は（正則函数に対し）解けるという．X 上の任意の H 問題がつねに解けるとき，X は（正則函数に対し）H. O. の性質をもつという．

C^n は H. O. の性質をもつ．([6], [3])．Stein 多様体は H. O. の性質をもつ．実は，Stein 多様体よりもうすこし弱い条件の多様体でもよい．([5])．解析空間のときは厄介になるが，正規 Stein 空間が H. O. の性質をもつことは示される．証明は三段階にわかれる：(a) 局所的接続可能性（admissible bunction の存在），(b) Kの境界をきれいにすること，(c) 大域的接続可能性．

定義． 解析空間X上の連続実函数 v がつぎの三条件をみたすとき，admissible であるという．

(i) 最大値の原理をもつ．(ii) 任意二定数 $c<c'$ に対し，集合 $\{c\leqq v\leqq c'\}$ の各連結成分はコンパクトである．(iii) 各$P\in X$はつぎのような基本近傍系 $\mathfrak{U}$ をもつ：各 $\mathrm{U}\in\mathfrak{U}$ は連結で，$\mathrm{U}\cap\{v>v(p)\}$ における一価正則函数はつねにU全体へ一価正則に接続される．

定義． v をX上の admissible な函数とするとき，開集合 $B\ll X$ の境界 ∂B がきれいとは，つぎの三条件をみたすことである．

(i) 各 $p\in\partial B$ の任意の近傍 U に対し，p の近傍

$\subset$Uをとり，$V\cap\Delta$ の各点は端点 p を除き $U\cap\Delta$ 内にある曲線で p と結べる．ただし，Δ は $B\cap\{v>v(p)\}$，$B\cap\{v<v(p)\}$，$\partial B\cap\{v>v(p)\}$，$\partial B\cap\{v<v(p)\}$ のいずれかである．(ii) 有限個の実数 $\rho_0>\rho_1>\cdots>\rho_s$ が存在し，$\rho\neq\rho_i$ $(0\leqq i\leqq s)$ なる ρ は函数 $v|\partial B$ の広義極大値ではない．(iii) $\rho\neq\rho_i$ $(0\leqq i\leqq s)$ なら，各 $p\in\partial B\cap\{v=\rho\}$ はつぎのような基本近傍系 $\mathfrak{U}'$，$\mathfrak{U}''$ をもつ：各 $U'\in\mathfrak{U}'$ に対し，$U'\cap(X-\bar{B})\cap\{v>\rho\}$，$U'\cap B\cap\{v>\rho\}$ は連結，各 $U''\in\mathfrak{U}''$ に対し $U''\cap(X-\bar{B})$，$U''\cap B$ も連結である．

定理．(D,K) を解析空間 X 上の H 問題とする．X はパラコンパクトで admissible な函数 v が存在し，きれいな境界をもつ開集合 B を $K\subset B\ll D$ にとれるとき，H 問題 (D,K) は解ける．

定理．2次元以上の正規 Stein 空間は H. O. の性質をもつ．

以上は正則函数に対して述べたが，有理型函数に対しても同様にいく．解析的集合に対しては厄介であり結果もよくまとまっていないがふれてみたい．H 問題 (D,K) に対し，D 自身が Stein 空間，またはもっと弱く強 q 擬凸空間になっているときには，非常に良い結果がえられている．([1]，[7])．

H 問題が正則函数に対して解ければ，Fréchet 空間に値をもつ正則函数に対しても解くことができ，それからいろいろの応用がえられる．[4])．

文　　献

[1] A. Andreotti–H. Grauert, Théorèmes de finitude pour la cohomologie des espaces complexes. Bull. Soc. Math. France **90** (1962), 193–260.

[2] E. Bishop, Mappings of partially analytic spaces. Amer. J. Math. **83** (1961), 209–242.

[3] A. B. Brown, On certain analytic continuations and analytic homeomorphioms. Duke Math. J. **2** (1936), 20–28.

[4] H. Fujimoto, Vector-valued holomorphie functions on a complex space. 近刊.

[5] H. Fujimoto–K. Kasahara, On the continuability of holomorphic functions on complex manifolds. J. Math. Soc. Japan 近刊.

[6] Osgood, Lehrbuch der Funktionentheorie, Ⅱ. 1. Teubner (1924).

[7] H. Rossi, Vector fields on analytic spaces. Anal. of Math. **78** (1963), 455–467.

[8] W. Rothstein, Zur Theorie der analytischen Mannigfaltigkeiten im Raume von n komplexen Veränderlichen. Math. Ann. **129** (1955), 96–138.

来る11月9・10・11日 岡山大学理学部において第7回函数論シンポジウムを開催の予定．講演予定者は，楠幸男，斎之内義一，森峯子の三氏．参加大歓迎．

東　京
小薬印刷所